Domácí úkol ze cvičení 11.

1. Je dána funkce $f(x,y)=4\sqrt{1-\frac{y}{x+1}}$.

   a) Najděte definiční obor D funkce f a nakreslete jej.
   b) Vypočítejte $\nabla f(0,-3)$;
   c) Napište, co znamená, že funkce $f: M \subset R^n \to R$ (kde M je otevřená množina) je diferencovatelná v bodě $a \in M$ a co nazýváme diferenciálem funkce f v bodě a .
   d) Ukažte, že funkce f je diferencovatelná v bodě $(0,-3)$ a určete v tomto bodě diferenciál funkce f. Napište lineární aproximaci funkce $g(x,y)$ v okolí bodu $(0,-3)$.
   e) Napište rovnici tečné roviny a normály ke grafu f v bodě $(0,-3,8)$.
   f) Nabývá funkce f globálních extrémů ve svém definičním oboru nebo lokálních extrémů uvnitř ?

2. Ukažte, že pro malá x, y platí $arctg\frac{x+y}{1+xy} \cong x+y$.

3. Derivace složené funkce více proměnných: „technika derivování – předpokládáme, že platí předpoklady pro užití „řetízkového“ pravidla - jaké to jsou předpoklady?

   Určete parciální derivace 1.a 2. řádu funkce $g(x,y,z)=f(\frac{x}{y},\frac{y}{z})$.

4. Transformujte diferenciální operátor $x\cdot\frac{\partial f}{\partial x}+y\cdot\frac{\partial f}{\partial y}$ do polárních souřadnic ($x=r\cos\varphi, x=r\sin\varphi$, $r\in(0,\infty)$, $\varphi\in[0,2\pi]$).

5. Nechť funkce $f(x,y)$ má spojité parciální derivace prvního řádu v E^2 a nechť $f(x,x^2)=1$ a $\frac{\partial f}{\partial x}(x,x^2)=x$ pro $x\in R$. Určete $\frac{\partial f}{\partial y}(x,x^2)$, $x\in R$.